

Orde van grootte**Simon van der Salm****Vraag van één van mijn studenten**

Wat wordt er eigenlijk bedoeld met *orde van grootte*?

Deze vraag kwam aan de orde in verband met het getal van Reynolds, een getal dat aangeeft wanneer de stroming van een vloeistof of een gas in een buis turbulent wordt. De waarde van het getal van Reynolds is sterk afhankelijk van de parameters van gas of vloeistof, zoals de massadichtheid en de temperatuur, en ook van de specifieke geometrie van de buis.



Er zijn lange lijsten met empirische waarden bekend. In het door ons gebruikte natuurkundeboek wordt een waarde van 1000 genoemd, maar in het begeleidende dictaat vinden we ook waarden groter dan

2000. “Ach”, zei ik, “Die waarde is van diezelfde orde van grootte”, maar de vraag van de student liet me toch niet los. Ik vind bijvoorbeeld 800 wel van dezelfde orde van grootte als 1000, evenals 1200, maar is bijvoorbeeld 1400 dat ook? En 600 of 700? En die 2000? Dus op zoek naar een exacte definitie.

Wikipedia

Wie *order of magnitude* in zijn zoekmachine invoert, komt al gauw op het zeer uitgebreide lemma van de Engelse Wikipedia (1) terecht, maar ook het lemma in de Nederlandse Wikipedia (2) geeft een duidelijke beschrijving. Merkwaardigerwijs zijn er (ten minste) twee antwoorden mogelijk, afhankelijk van het feit of je op de ouderwetse manier naar de logaritmische indeling van getallen kijkt (zie fig. 1), of naar de moderne lineair-logaritmische indeling van drijvende komma getallen in digitale computers.

Halverwege: wortel uit 10 $\approx 3,162$

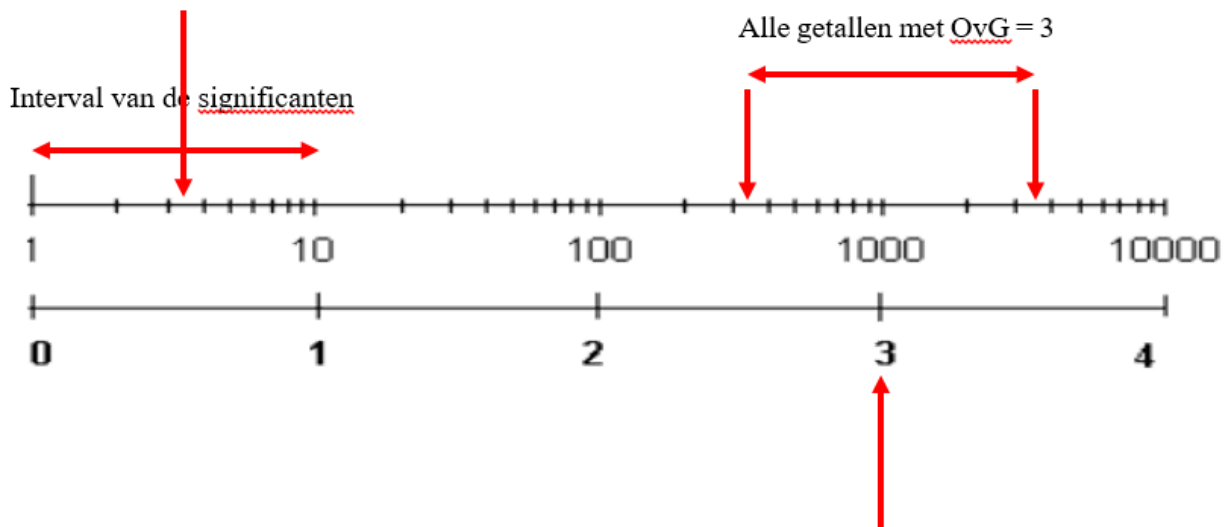


Fig. 1. Significanten en interval van alle getallen met 3 als orde van grootte

Definitie

De orde van grootte van een (positief) getal x is de logaritme van x , afgerond op een geheel getal, de magnitude: $OvG(x) = \lceil \log x \rceil$.

Hierin duidt [...] op de nearest integer: het dichtstbijzijnde gehele getal met afronding op even. (2,5 wordt afgerond op 2, maar 3,5 wordt afgerond op 4. Bij een fractiedeel 0,5 wordt er dus afgerond op een even cijfer om een systematische statistische fout bij berekeningen met veel data te vermijden).

Wetenschappelijke notatie

In wetenschappelijke notatie wordt x voorgesteld als $x = s \cdot 10^w$, waarbij s de significant is en w de wijzer. Bijvoorbeeld: $345,6 = 3,456 \cdot 10^2$. De significant bevat het aantal *significante cijfers* van x .

We kunnen de getallen op de C- en D-schalen van rekenlinialen opvatten als significanten. De mantisse van x is de logaritme van de significant $m = \log s$. We vinden de mantissen van de significanten op schaal L van rekenlinialen. Zie fig. 2.

Zoals bekend zal zijn: logaritmetabellen zijn lijsten met significanten en hun mantissen, waarbij we even afzien van de plaatsing van de decimale komma.

Wortel uit 10

De wortel uit 10 ligt halverwege het interval van de (logaritmische ingedeelde) significanten. Dat wil zeggen dat alle getallen $x = s \cdot 10^w$ in het interval $\left(\frac{1}{\sqrt{10}} \cdot 10^w, 10^w \cdot \sqrt{10}\right)$ de wijzer w als orde van grootte hebben. Dus: $\frac{1000}{\sqrt{10}} \approx 316,2$ en $1000\sqrt{10} \approx 3162$: alle getallen van 316,2 tot 3162 hebben dezelfde orde van grootte, namelijk 3. Ze worden het best benaderd door de macht 10^3 . Zie de bovenstaande figuur. (Pas op: getallen $x = s \cdot 10^w$ groter dan $10^w \cdot \sqrt{10}$ hebben $w + 1$ als orde van grootte).

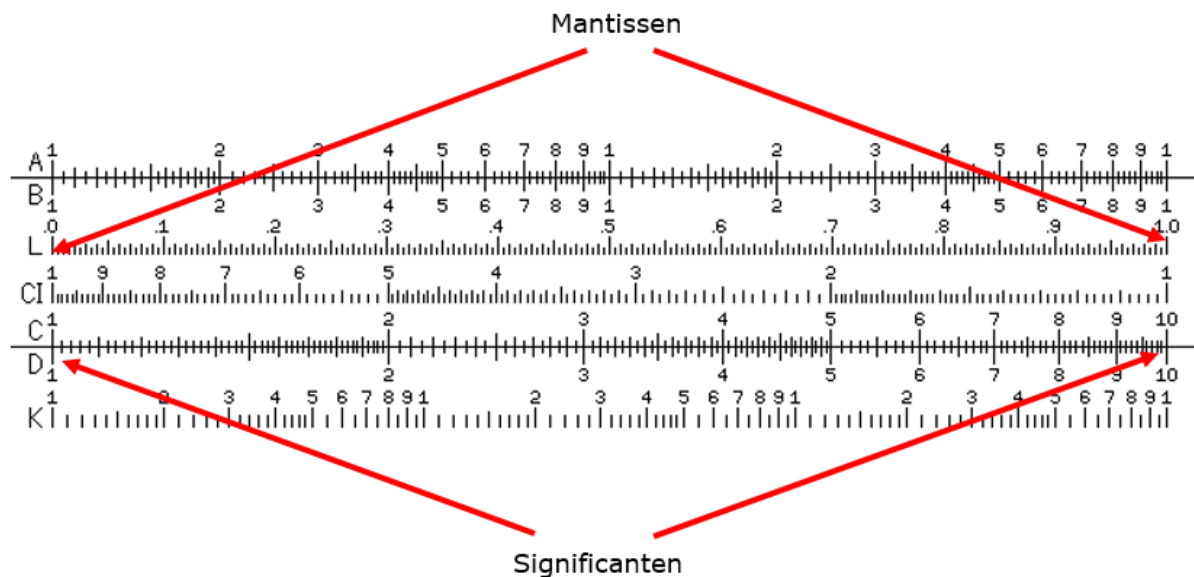


Fig. 2. Schalen op rekenlinialen met significanten en mantissen. Zie (3).

Wat zeggen we?

Het merkwaardige is dat we meestal zullen zeggen dat genoemde getallen de orde van grootte van 1000 hebben. We noemen dus niet de relevante exponent (logaritme) 3, maar de bijbehorende macht van 10, en dat is veel handiger.

Dus een Reynoldsgetal met de waarde 2300 heeft inderdaad de orde van grootte van 1000.

Drijvende komma getallen

In digitale computers maakt men gebruik van *drijvende komma getallen*, gebaseerd op dezelfde wetenschappelijke notatie $x = s \cdot 10^w$, waardoor een indeling van de getallen in decaden ontstaat, net als bij een logaritmisch ingedeelde getallenas. Maar de significanten worden daarbij *lineair* opgevat en niet logaritmisch. Vermenigvuldigingen worden niet uitgevoerd door middel van het optellen van logaritmen, zoals we dat vroeger op school leerden, maar door een specifiek vermenigvuldigingsalgoritme, dat geen gebruik maakt van logaritmen. Door het gebruik van drijvende komma getallen ontstaat een *lineair-logaritmische indeling* van de getallen. Daardoor hebben alle getallen van bijvoorbeeld 500 tot 5000 dezelfde orde van grootte 3, of wat we meestal zullen zeggen: hebben de orde van grootte 1000. Immers, bijvoorbeeld $\log(600) \approx 2,78$, naar *boven* afgerond 3, en $\log(4000) \approx 3,60$, naar *beneden* afgerond 3.

Referenties

- (1) https://en.wikipedia.org/wiki/Order_of_magnitude
- (2) https://nl.wikipedia.org/wiki/Orde_van_grootte
- (3) <http://www.quadibloc.com/math/slrint.htm>